数　学

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは午前11時00分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，解答用紙だけを提出しなさい。

5　答えに根号が含まれるときは，根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　受検番号を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

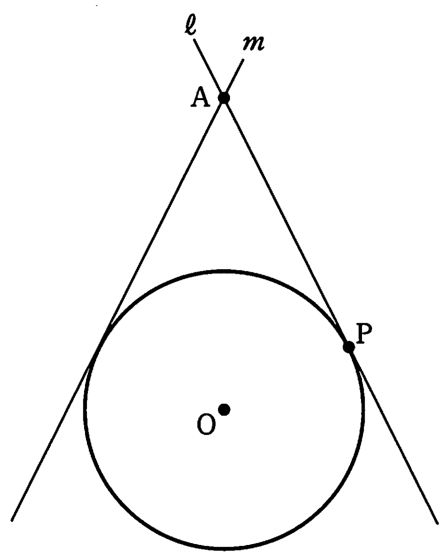
〔問1〕 $\dfrac{(\sqrt{5}+1)^2}{\sqrt{2}} - 2 \div \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式 $(3x+1)(x-1)=x^2$ を解け。

〔問3〕 連立方程式 $\begin{cases} 5x+9y=2 \\ 9x+5y=2 \end{cases}$ を解け。

〔問4〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。
大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，$3a+2b$ の値が6の倍数になる確率を求めよ。
ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 右の図で，直線 ℓ と直線 m はともに円Oの外部の点Aから円Oに引いた接線である。
点Pは直線 ℓ と円Oとの接点である。
解答欄に示した図をもとにして，点Pを定規とコンパスを用いて作図し，点Pの位置を示す文字Pも書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



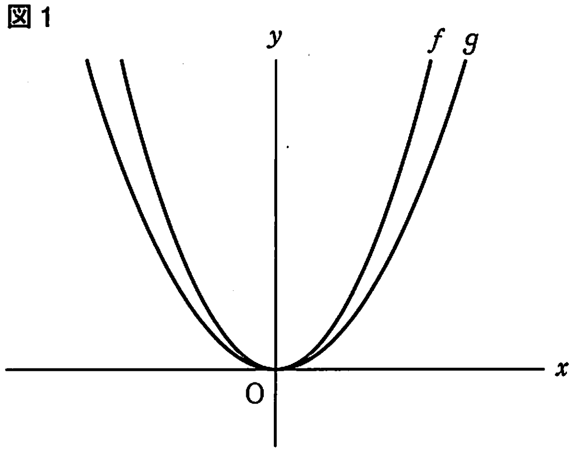
2 右の図1で，点Oは原点，

曲線fは関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ，

曲線gは関数$y=ax^2$（$a>0$）のグラフを表している。

原点から点（1, 0）までの距離，および原点から点（0, 1）までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 $a=\frac{1}{3}$とする。

関数$y=\frac{1}{2}x^2$のxの変域$-4 \leqq x \leqq 1$に対応するyの変域と，

関数$y=\frac{1}{3}x^2$のxの変域$-1 \leqq x \leqq k$に対応するyの変域が一致するとき，

kの値を求めよ。

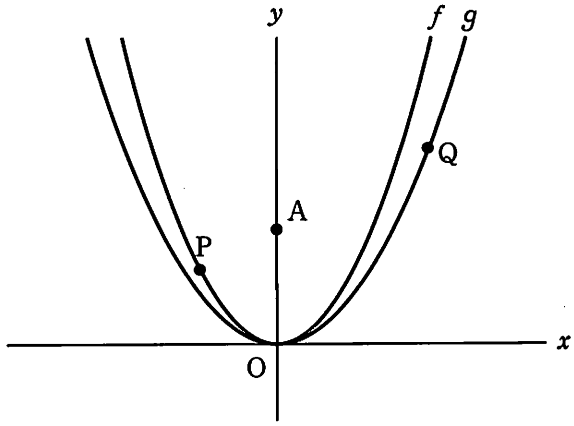
〔問2〕 右の図2は，図1において，

y軸上にありy座標が3である点をA，

曲線f上にある点をP，曲線g上にある点をQとした場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図2

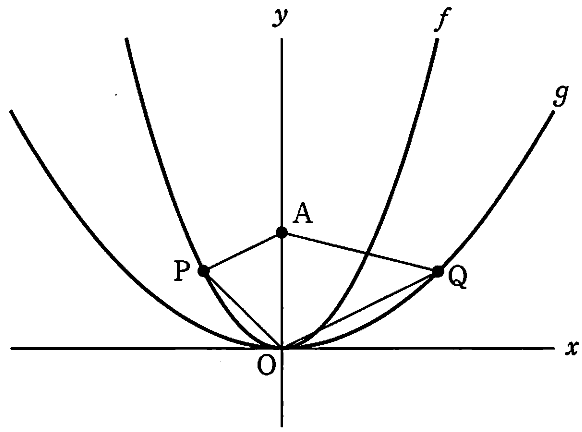


(1) 右の**図3**は，**図2**において，
点Pのx座標が負の数，
点Qのx座標が正の数，
点Pのy座標と点Qの
y座標がともに2のとき，
点Oと点P，点Oと点Q，
点Aと点P，点Aと点Qを
それぞれ結んだ場合を表している。

四角形APOQの面積が9 cm^2
のとき，aの値を求めよ。

ただし，答えだけでなく，
答えを求める過程が分かるように，
途中の式や計算なども書け。

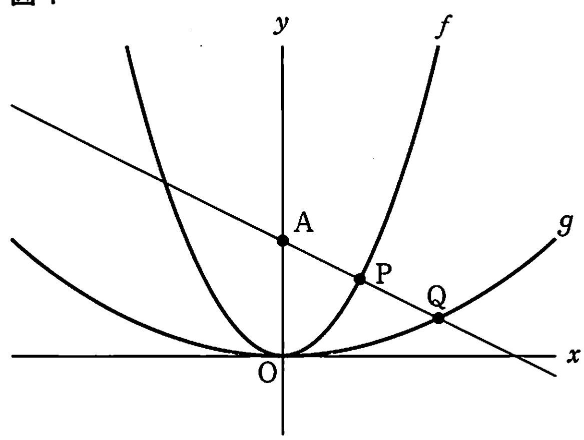
図3



(2) 右の**図4**は，**図2**において，
$a=\dfrac{1}{16}$とし，点Pのx座標と
点Qのx座標がともに正の数の
とき，2点P，Qを通る直線が
点Aを通る場合を表している。

線分APの長さと線分PQの
長さが等しいとき，2点P，Qを
通る直線の式を求めよ。

図4



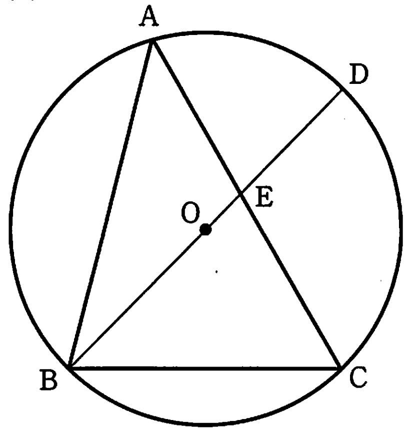
3 右の**図1**で，点Oは線分BDを直径とする円の中心である。

△ABCは3つの頂点A，B，Cがすべて円Oの周上にある鋭角三角形である。

線分BDと辺ACの交点をEとする。

次の各問に答えよ。

図1

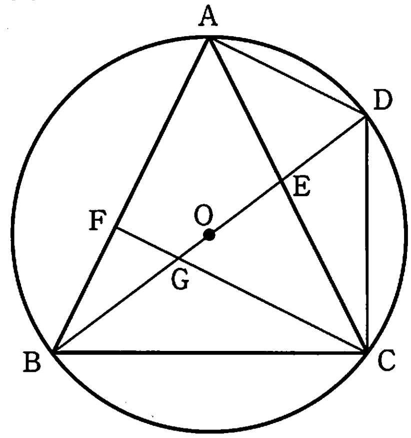


〔問1〕 $\angle ABD = 30°$，$\angle AED = 75°$のとき，頂点Bを含まない$\overset{\frown}{AD}$の長さは，頂点Bを含まない$\overset{\frown}{CD}$の長さの何分のいくつか。

〔問 2〕 右の**図 2** は，**図 1** において，AB = AC のとき，頂点 C を通り辺 AB に垂直な直線を引き，辺 AB との交点を F，線分 BD との交点を G とし，頂点 A と点 D，頂点 C と点 D をそれぞれ結んだ場合を表している。

次の (1), (2) に答えよ。

図 2



(1) △ACD ∽ △BCG であることを証明せよ。

(2) 円 O の半径が 5 cm，BC = 8 cm のとき，△ACD の面積を S cm^2，△BCG の面積を T cm^2 とする。

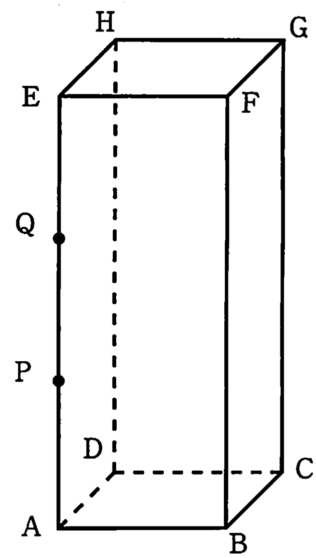
S と T の比を最も簡単な整数の比で表せ。

4 右の図に示した立体 ABCD − EFGH は，正方形 ABCD を底面とし，$AB = a$ cm，$AE = b$ cm の正四角柱である。

点P，点Qは，それぞれ辺 AE 上にある点を出発し，正四角柱の側面上を，

側面 ABFE → 側面 BCGF → 側面 CDHG → 側面 DAEH → 側面 ABFE → 側面 BCGF → … の順に移動する点である。

次の各問に答えよ。



〔問 1〕 $b = 3a$ とする。

点Pが頂点Aを出発し，正四角柱の側面上をちょうど3周して頂点Eに到着して止まるとき，点Pが移動する最短の道のりを a を用いた式で表せ。

〔問 2〕 辺 AE 上にあり，$AS = ET = \frac{1}{3}b$ となる点をそれぞれ S，T とする。

点P，点Qは，それぞれ点S，点Tを同時に出発し，各側面上で面 ABCD と平行な直線上を動く。

点Qが点Pの $\frac{5}{2}$ 倍の速さで動き，点Pが辺 DA の中点と辺 HE の中点を結ぶ線分上に初めて到達したとき，頂点Aと点P，頂点Bと点P，頂点Bと点Q，頂点Eと点P，頂点Eと点Q，点Pと点Qをそれぞれ結んだ場合を考える。

立体 P − ABQE の体積を a，b を用いた式で表せ。

〔問 3〕 辺 AE，BF，CG，DH 上にあり，AI = BJ = CK = DL = $\frac{1}{5}a$ となる点をそれぞれ I，J，K，L とする。

点 P，点 Q は，それぞれ頂点 A，頂点 E を同時に出発し，側面 ABFE 上において，
点 P は直線 AJ 上または直線 AJ と平行な直線上，点 Q は直線 IB と平行な直線上を，
側面 BCGF 上において，点 P は直線 BK と平行な直線上，点 Q は直線 JC と平行な直線上を，
側面 CDHG 上において，点 P は直線 CL と平行な直線上，点 Q は直線 KD と平行な直線上を，
側面 DAEH 上において，点 P は直線 DI と平行な直線上，点 Q は直線 LA と平行な直線上を
動く場合を考える。

点 P が点 Q の 4 倍の速さで動き，点 P と点 Q が側面 CDHG 上で一致して止まるとき，
b は a の何倍か。

ただし，$3a \leqq b \leqq 7a$ とする。

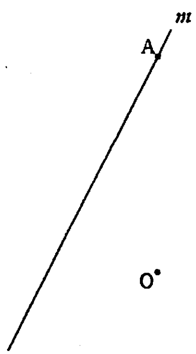
また，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や
計算なども書け。

2

数

1

		点
〔問 1〕		
〔問 2〕		
〔問 3〕	$x =$ 　　　, $y =$	
〔問 4〕		
〔問 5〕		



※ □ の欄には，記入しないこと

2

			点
〔問 1〕		$k =$	
〔問 2〕	(1)	【 途中の式や計算など 】	

（答え）　$a =$

〔問 2〕	(2)	$y =$	

3

			点
〔問 1〕			
〔問 2〕	(1)	【 証　明 】	

〔問 2〕	(2)	S : T = 　　:	

4

		点
〔問 1〕	cm	
〔問 2〕	cm^3	
〔問 3〕	【 途中の式や計算など 】	

（答え）　　倍

小計1	小計2	小計3	小計4

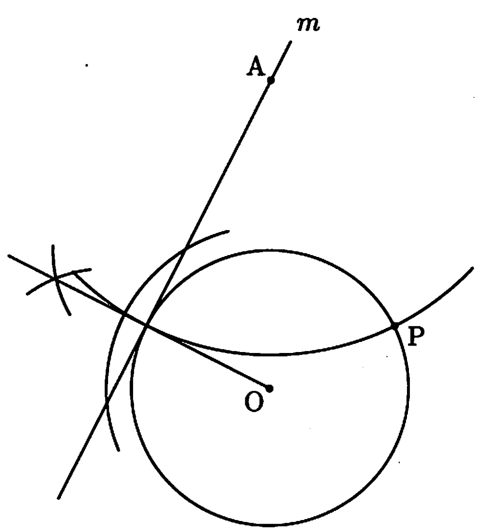
合　計　得　点	受　検　番　号

正答表　数学　(27 − 戸)

解　答　用　紙

数　　学

正答	$\boxed{1}$	点
〔問 1〕	$\sqrt{2}+\sqrt{10}$	5
〔問 2〕	$\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$	5
〔問 3〕	$x=\dfrac{1}{7},\quad y=\dfrac{1}{7}$	5
〔問 4〕	$\dfrac{1}{6}$	5
〔問 5〕解答例		5



正答	$\boxed{2}$		点
〔問 1〕	$k=2\sqrt{6}$		7
〔問 2〕解答例	(1)	【　途中の式や計算など　】	10

点 P の x 座標を $p\ (p<0)$ とすると,

$$2=\frac{1}{2}p^2 \quad より, \quad p=\pm 2$$

$p<0$ であるから, 点 P の座標は $(-2,\ 2)$

一方, 四角形 APOQ の面積は,

△APO の面積と △AQO の面積の和であるから,

点 Q の x 座標を $q\ (q>0)$ とすると

$$\frac{1}{2}\times 2\times 3+\frac{1}{2}\times q\times 3=9$$

$$\frac{3}{2}q=6 \quad より, \quad q=4$$

したがって, 点 Q の座標は $(4,\ 2)$

点 Q は曲線 g 上にあるから, $2=a\times 4^2$

したがって, $a=\dfrac{1}{8}$

(答え)　$a=\dfrac{1}{8}$

〔問 2〕	(2)	$y=-\dfrac{1}{2}x+3$	8

※ □ の欄には、記入しないこと

小計$\boxed{1}$	小計$\boxed{2}$	小計$\boxed{3}$	小計$\boxed{4}$	合計得点	受検番号

正答	3		点
〔問1〕	$\frac{2}{3}$		7
〔問2〕解答例	(1)	【 証 明 】	10

　$\triangle ACD$ と $\triangle BCG$ において，
$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいので，

$\angle CAD = \angle CBD$

すなわち，　$\angle CAD = \angle CBG$　…①

　半円の弧に対する円周角であるから，

$\angle BCD = 90^\circ$　…②

仮定より，　$\angle BFC = 90^\circ$　…③

AB=AC より，

$\angle ABC = \angle ACB$　…④

②，③，④ より，

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \angle BCD - \angle ACB\\ &= 90^\circ - \angle ABC\\ &= 180^\circ - \angle BFC - \angle ABC\\ &= \angle BCF\end{aligned}$$

すなわち，　$\angle ACD = \angle BCG$　…⑤

　①，⑤ より，2組の角がそれぞれ等しいから，

$\triangle ACD \backsim \triangle BCG$

〔問2〕	(2)	S ： T ＝ 5 ： 4	8

正答	4	点
〔問1〕	$3\sqrt{17}a$ cm	7
〔問2〕	$\frac{17}{144}a^2b$ cm^3	8
〔問3〕解答例	【 途中の式や計算など 】	10

　点 P，Q からそれぞれ底面 ABCD に垂線 PU，QV を引く。

　点 U，V が同じ位置にくるときの点 V の移動距離を x とすると，点 U の移動距離は $4x$ なので，

$4x - x = 3x = 4an$　（n は正の整数）

よって，　$x = \frac{4a}{3}n$　（1周の3分の1の整数倍）

したがって，点 U，V が同じ位置となるのは，
正方形 ABCD の周を A から3等分した点である。

　点 U，V が辺 CD 上で同じ位置となるのは，
$n = 2, 5, 8, \cdots$ のときである。

　$n = 3m + 2$ のとき（m は0以上の整数），
P と Q が側面 CDHG 上で一致するとき，
点 Q から辺 GH に垂線 QW を引くと，

$$b = PU + QW = \frac{4x}{5} + \frac{x}{5} = x = \frac{4a}{3}(3m+2)$$

　$3a \leqq b \leqq 7a$ より $m = 1$ であり，このとき $b = \frac{20}{3}a$

よって，b は a の $\frac{20}{3}$ 倍

（答え）	$\frac{20}{3}$ 倍