

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、7 ページにわたって印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読むではいけません。
- 4 解答は全て解答用紙に明確に記入し、**解答用紙だけを提出しなさい。**
- 5 答えに根号が含まれるときは、**根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。**また、根号の中は最も小さい整数にしなさい。
- 6 解答を直すときは、きれいに消してから、新しい解答を書きなさい。
- 7 **受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $3 + \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2}{2\sqrt{3}} \div \frac{1}{6}$ を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式 $(x+1)^2 - 4(x+1) + 3 = 7$ を解け。

〔問3〕 連立方程式 $\begin{cases} 2x + 8y = 5 \\ 3x = 5y - 1 \end{cases}$ を解け。

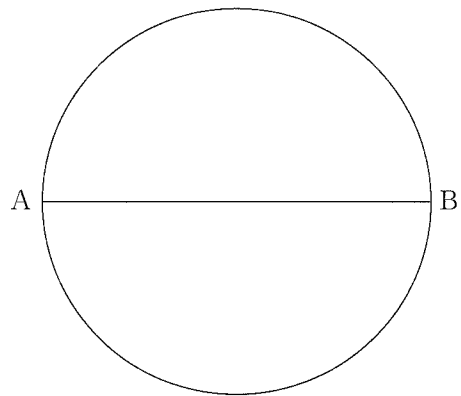
〔問4〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。
大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とするとき、
 $\frac{a+3}{b}$ の値が整数になる確率を求めよ。

ただし、大小2つのさいころはともに、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 右の図は、線分 AB を直径とする円である。

解答欄に示した図をもとにして、
4つの頂点がすべて円周上にあり、
4つの辺のうち2つの辺がどちらも
直径 AB に平行である正方形を、
定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし、作図に用いた線は消さない
でおくこと。



2 右の図1で、点Oは原点、曲線 f は関数 $y = x^2$ のグラフを表している。

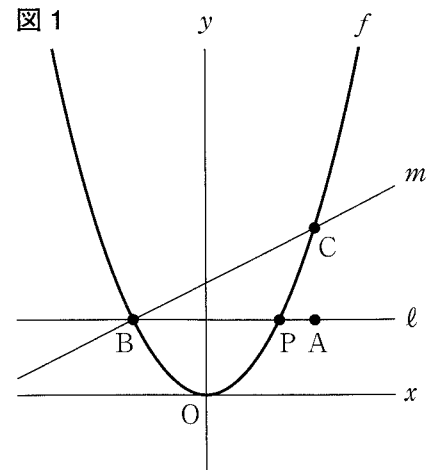
曲線 f 上にあり x 座標が正の数である点をPとする。

点Pを通り x 軸に平行な直線を l とする。

直線 l 上にあり x 座標が点Pの x 座標より k ($k > 0$)だけ大きい点をA、直線 l と曲線 f との交点のうち x 座標が負の数である点をB、曲線 f 上にあり x 座標が点Aの x 座標と等しい点をCとする。

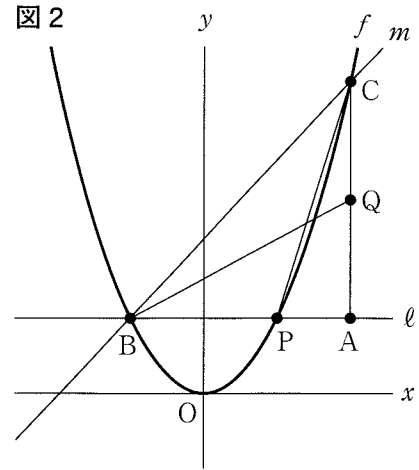
2点B、Cを通る直線を m とする。

次の各問に答えよ。



〔問1〕 $k = \frac{1}{2}$ 、点Aの y 座標が1であるとき、直線 m の傾きを求めよ。

〔問2〕 右の図2は、図1において、点Aと点C、
 点Cと点Pをそれぞれ結び、線分AC上にある点
 をQとし、点Bと点Qを結んだ場合を表している。
 次の(1)、(2)に答えよ。



- (1) 点Pの x 座標が2、直線 m の傾きが2で、
 $\triangle PCB$ の面積と $\triangle QCB$ の面積が等しいとき、
 2点B、Qを通る直線の式を求めよ。
 ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が
 分かるように、途中の式や計算なども書け。

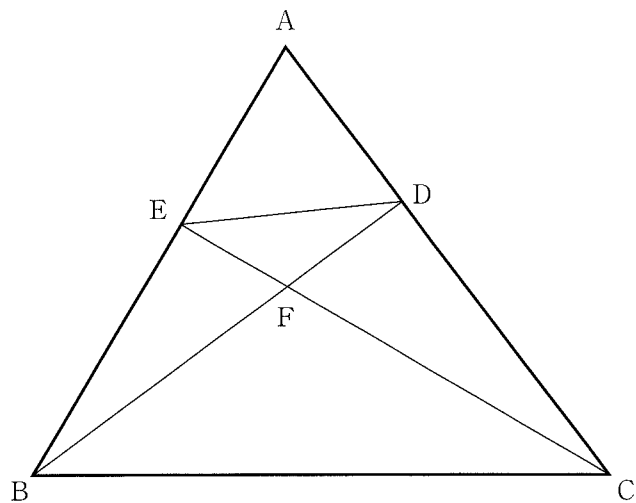
- (2) 直線 m の傾きが1、点Qが線分ACの midpointであり、2点P、Qを通る直線の
 傾きが2であるとき、点Aの座標を求めよ。

3 右の図で、 $\triangle ABC$ は鋭角三角形である。
頂点 B から辺 AC に垂線を引き、辺 AC との交点を D 、頂点 C から辺 AB に垂線を引き、辺 AB との交点を E 、線分 BD と線分 CE との交点を F とする。

点 D と点 E を結ぶ。

次の各問に答えよ。

[問1] $\angle BAC = a^\circ$ とするとき、
 $\angle BFC$ の大きさを a を用いた式で表せ。



[問 2] $\triangle ABC$ の $\triangle ADE$ であることを証明せよ。

[問 3] $AB = 13 \text{ cm}$, $AC = 14 \text{ cm}$, $BC = 15 \text{ cm}$ のとき, 線分 DE の長さは何 cm か。

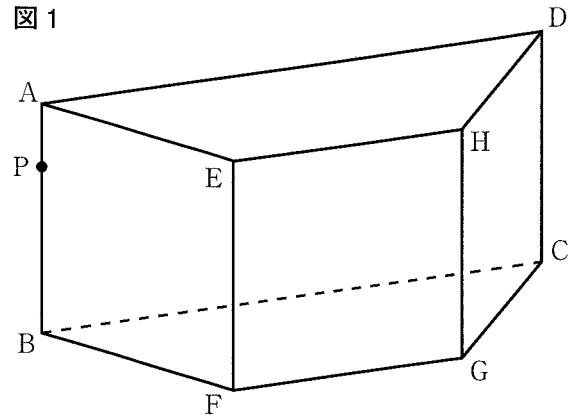
4 右の図1に示した立体 AEHD-BFGC は、
 $AB = BF = FG = GC = 6 \text{ cm}$, $BC = 12 \text{ cm}$,
 $\angle BCG = \angle CBF = 60^\circ$, $BC \parallel FG$,
 $\angle ABC = \angle ABF = \angle BAD = \angle BAE = 90^\circ$
 の四角柱を表している。

点 P は、頂点 A を出発し、
 毎秒 2 cm の速さで辺 AB, 辺 BC,
 辺 CD, 辺 DA 上を、

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$
 の順に移動し、頂点 A に戻って止まる。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 図1において、点 P と頂点 H を結んだ場合を考える。

点 P が頂点 A を出発してから 3 秒後の線分 PH の長さは何 cm か。

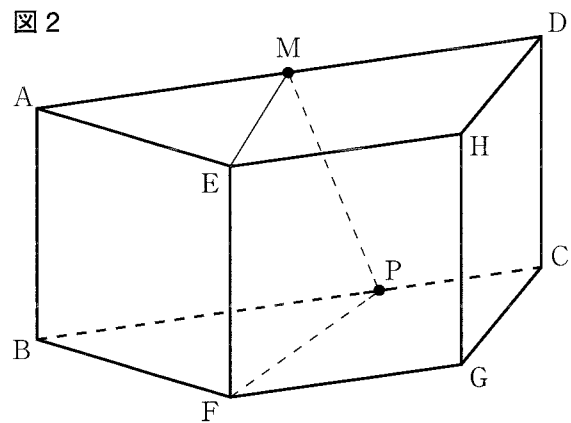
〔問2〕 右の図2は、図1において、

辺 AD の中点を M とし、
 頂点 E と点 M, 点 M と点 P,
 点 P と頂点 F をそれぞれ結び、
 $\angle AME = \angle DMP$ となる場合を
 表している。

点 M と頂点 B, 点 M と頂点 F
 をそれぞれ結んでできる
 立体 M-BFP の体積は何 cm^3 か。

ただし、答えだけでなく、
 答えを求める過程が分かる
 ように、途中の式や計算など
 も書け。

図2



〔問3〕 図1において、面EFGHの周上にある点をQとし、点Pと点Qを結んだ場合を考える。

点Qは、点Pが頂点Aを出発してから9秒後に頂点Gを出発し、毎秒2cmの速さで辺GH、辺HE、辺EF上を、

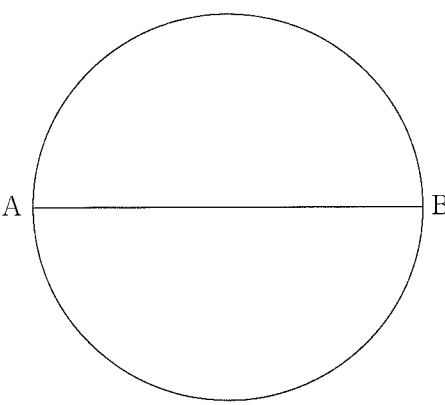
$G \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow F$

の順に移動し、頂点Fに到着して止まる。

点Qが頂点Gを出発してから何秒間かは、線分PQの長さは6cmで一定である。その後、線分PQの長さは6cmではなくなるが、何秒後に再び6cmになる。

線分PQの長さが再び6cmになるのは、点Qが頂点Gを出発してから何秒後か。

1		点
[問 1]		
[問 2]		
[問 3]	$x =$, $y =$	
[問 4]		
[問 5]		



※ □ の欄には, 記入しないこと

2		点
[問 1]		
[問 2]	(1) 【 途中の式や計算など 】	
(答え) $y =$		
[問 2]	(2) (,)	

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

合 計 得 点

受 検 番 号

3		点	4		点
〔問1〕	() 度		〔問1〕	cm	
〔問2〕	【 証 明 】		〔問2〕	【 途中の式や計算など 】	
			(答え)	cm ³	
〔問3〕	cm		〔問3〕	秒後	

1		点
〔問 1〕	$8\sqrt{3} - 9$	5
〔問 2〕	$1 \pm 2\sqrt{2}$	5
〔問 3〕	$x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$	5
〔問 4〕	$\frac{5}{12}$	5
〔問 5〕 解答例		5

※ の欄には、記入しないこと。

2			点
〔問 1〕	$\frac{1}{2}$		7
〔問 2〕 解答例	(1)	【 途中の式や計算など 】	10
<p>P(2, 4) であるから, B(-2, 4) であり, $A(2+k, 4), C(2+k, (2+k)^2)$ と表すことができる。</p> <p>直線 m の傾きは 2 であるから, $BA : AC = 1 : 2$ さらに, $BA = (2+k) - (-2) = k+4$ $AC = (2+k)^2 - 4 = k^2 + 4k$ よって, $(k+4) : (k^2 + 4k) = 1 : 2$ $k^2 + 4k = 2(k+4)$ $k^2 + 2k - 8 = (k+4)(k-2) = 0$ $k > 0$ より, $k = 2$</p> <p>$\triangle PCB = \triangle QCB$ より, 直線 m と直線 PQ の傾きは等しい。よって, 直線 PQ の傾きは 2 である。</p> <p>P(2, 4), A(4, 4) より, $Q(4, 8)$ 直線 BQ の式を $y = px + q$ とすると, $\begin{cases} 4 = -2p + q \\ 8 = 4p + q \end{cases}$ これを解いて, $p = \frac{2}{3}, q = \frac{16}{3}$ したがって, 直線 BQ の式は $y = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$</p>			
(答え) $y = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$			
〔問 2〕	(2)	$(\frac{5}{2}, \frac{9}{4})$	8

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4

合計得点

受検番号

3		点
〔問1〕	(180 - a) 度	7
〔問2〕 解答例	【 証 明 】	10
<p> $\angle BEC = \angle BDC = 90^\circ$ から, 円周角の定理の逆により, 4点 B, C, D, E は BC を直径とする円周上にある。 \widehat{BE} に対する円周角は等しいので, $\angle BDE = \angle BCE$ さらに, $\angle ABC = 90^\circ - \angle BCE$ $\angle ADE = 90^\circ - \angle BDE$ よって, $\angle ABC = \angle ADE$ … ① $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において, $\angle A$ は共通 … ② ①, ② より, 2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ </p>		
〔問3〕	$\frac{75}{13}$ cm	8

4		点
〔問1〕	12 cm	7
〔問2〕 解答例	【 途中の式や計算など 】	10
<p> 辺 BC の中点を N とすると, $\angle MNP = 90^\circ$ $\triangle AEM$ は正三角形であり, $AD \parallel BC$ により, $\angle MPN = \angle DMP = \angle AME = 60^\circ$ $MN = 6$ cm であるから, $NP = \frac{1}{\sqrt{3}}MN = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 6 = 2\sqrt{3}$ よって, $BP = BN + NP = 6 + 2\sqrt{3}$ 頂点 F から辺 BP に引いた垂線の長さを h とすると, $h = \frac{\sqrt{3}}{2}BF = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ したがって, 求める立体 M-BFP 体積は $\frac{1}{3} \times \triangle BFP \times 6 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times BP \times h \right) \times 6$ $= (6 + 2\sqrt{3}) \times 3\sqrt{3}$ $= 18 + 18\sqrt{3} \quad (\text{cm}^3)$ </p>		
<p>(答え) $18 + 18\sqrt{3}$ cm^3</p>		
〔問3〕	$\frac{15}{2}$ 秒後	8